Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos (UPM)

LENGUAJES FORMALES, AUTÓMATAS Y COMPUTABILIDAD

EXAMEN FINAL - JULIO 2016

Apellidos: SOLUCION Nombre:

Ejercicio 1:

Dada la gramática de Tipo 0:

$G = \{ \Sigma_T = \{a, b, c\}, \Sigma_N = \{S, A\}, S, \mathcal{P} \}$

con las producciones $\mathcal{P}$:

$$\begin{array}{|l} S ::= baA \\ abA ::= c \\ aS ::= Aa \end{array}$$

Obtener una gramática G´, en forma de estructura de frases, tal que L(G) = L(G´)

25 minutos

Se introduce
$$\begin{array}{|l} B ::= a \\ C ::= b \\ D ::= c \end{array}$$

queda $P' =$
$$\begin{array}{|l} S ::= CBA \\ BCA ::= D \\ BS ::= AB \\ B ::= a \\ C ::= b \\ D ::= c \end{array}$$

Hay que poner en F. estructura frases

$BS ::= AB$

$BCA ::= D$

$$\frac{BS ::= AB}{\begin{array}{l} BS ::= BX \\ BX ::= YX \\ YX ::= YB \\ YB ::= AB \end{array}} \qquad \frac{BCA ::= D}{\begin{array}{l} BCA ::= BC \\ BC ::= B \\ B ::= D \end{array}}$$

La gramática en F.E. frases queda:

$G'' = (\Sigma_T = \{a, b, c\}, \Sigma_N = \{S, A, B, C, D, X, Y\}, S, P'')$

$$P'' = \begin{array}{|lll} S ::= CBA & BX ::= YX & B ::= a \\ BCA ::= BC & YX ::= YB & C ::= b \\ BC ::= B & YB ::= AB & D ::= c \\ BS ::= BX & & \end{array}$$

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos (UPM)

LENGUAJES FORMALES, AUTÓMATAS Y COMPUTABILIDAD

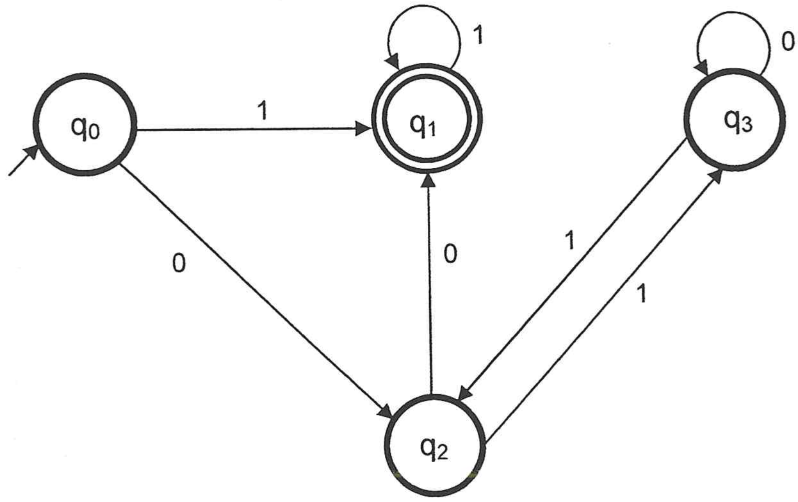
EXAMEN FINAL - JULIO 2016

Apellidos: SOLUCION Nombre:

Ejercicio 2:

Dado el autómata finito A, descrito mediante el siguiente diagrama de estados obtener, mediante ecuaciones características, el lenguaje reconocido por dicho autómata.

A ≡



25 minutos

$X_0 = 1X_1 + 0X_2$

$X_1 = 1X_1 + \lambda$

$X_2 = 0X_1 + 1X_3$

$X_3 = 0X_3 + 1X_2$

$X_3 = 0^*1X_2$; $X_2 = 0X_1 + 10^*1X_2$; $X_2 = (10^*1)^*0X_1$

$X_1 = 1X_1 + \lambda$; $X_1 = 1^* \cdot \lambda = 1^*$; $X_1 = 1^*$

$X_0 = 1X_1 + 0X_2 = 11^* + 0(10^*1)^*0X_1 = 11^* + 0(10^*1)^*01^*$

$L(A) = 11^* + 0(10^*1)^*01^*$

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos (UPM)

LENGUAJES FORMALES, AUTÓMATAS Y COMPUTABILIDAD

EXAMEN FINAL - JULIO 2016

Apellidos: **SOLUCIÓN** Nombre:

Ejercicio 3:

Dada la gramática G = { Σ_T, Σ_N, S, $\mathcal{P}$ } donde Σ_T = { a, +, $\ast$,), (}, Σ_N = { S, T, F }, S = axioma y $\mathcal{P}$ las producciones: S : : = S + T | T

T : : = T $\ast$ F | F

F : : = (S) | a

a) Construir un Autómata a Pila (AP) que reconozca el lenguaje generado por G. (7 puntos). (utilizar el método en el que G no necesita estar en FNG).

b) Obtener una derivación de la palabra (a + a $\ast$ a) en G. (1 punto).

c) Comprobar el reconocimiento en el AP de dicha palabra. (2 puntos).

25 minutos

---

a) Se va a construir un AP que acepte el mismo lenguaje generado por la gramática G:

$$G = \{ \{ a, +, \ast,), (\}, \{ S, T, F \}, \mathcal{P}, S \} \qquad \mathcal{P} \equiv \left| \begin{array}{l} S ::= S + T \mid T \\ T ::= T \ast F \mid F \\ F ::= (S) \mid a \end{array} \right.$$

$AP = \{ \Sigma_T , \{ \Sigma_N \cup \Sigma_T \} , \{ q \} , S , q , f , \varnothing \}$

$AP = \{ \{ a, +, \ast,), (\} , \{ a, +, \ast,), (, S, T, F \} , \{ q \} , S , q , f , \varnothing \}$

Aplicamos el ALGORITMO para obtener los movimientos del AP:

Paso 1	$\forall A ::= X \in P \rightarrow (q, X) \in f(q, \lambda, A)$
Paso 2	$\forall a \in \Sigma_T \rightarrow (q, \lambda) \in f(q, a, a)$

Por 1:
$$\left| \begin{array}{l} f(q, \lambda, S) = \{ (q, S + T), (q, T) \} \\ f(q, \lambda, T) = \{ (q, T \ast F), (q, F) \} \\ f(q, \lambda, F) = \{ (q, (S)), (q, a) \} \end{array} \right.$$

Por 2:
$$\left| \begin{array}{l} f(q, a, a) = \{ (q, \lambda) \} \\ f(q, +, +) = \{ (q, \lambda) \} \\ f(q, \ast, \ast) = \{ (q, \lambda) \} \\ f(q,),)) = \{ (q, \lambda) \} \\ f(q, (, ( ) = \{ (q, \lambda) \} \end{array} \right.$$

b) Derivación de la palabra (a + a $\ast$ a) en G:

$S \rightarrow \underline{T} \rightarrow \underline{F} \rightarrow \underline{(S)} \rightarrow (\underline{S + T}) \rightarrow (\underline{T} + T) \rightarrow (\underline{F} + T) \rightarrow (\underline{a} + T) \rightarrow (a + \underline{T \ast F}) \rightarrow (a + \underline{F} \ast F) \rightarrow$ $(a + \underline{a} \ast F) \rightarrow (a + a \ast \underline{a})$ Genera la palabra formada por símbolos $\in \Sigma_T$ de G

c) Reconocimiento de la palabra (a + a $\ast$ a) en el AP:

$[q, (a + a \ast a), S] \vdash [q, (a + a \ast a), T] \vdash [q, (a + a \ast a), F] \vdash [q, (a + a \ast a), (S)] \vdash$
$[q, a + a \ast a), S)] \vdash [q, a + a \ast a), S + T)] \vdash [q, a + a \ast a), T + T)] \vdash [q, a + a \ast a), F + T)] \vdash$
$[q, a + a \ast a), a + T)] \vdash [q, + a \ast a), + T)] \vdash [q, a \ast a), T)] \vdash [q, a \ast a), T \ast F)] \vdash$
$[q, a \ast a), F \ast F)] \vdash [q, a \ast a), a \ast F)] \vdash [q, \ast a), \ast F)] \vdash [q, a), F)] \vdash [q, a), a)] \vdash [q,),)] \vdash$
$[q, \lambda, \lambda]$ Acepta la palabra que $\in \Sigma$ del AP

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos (UPM)

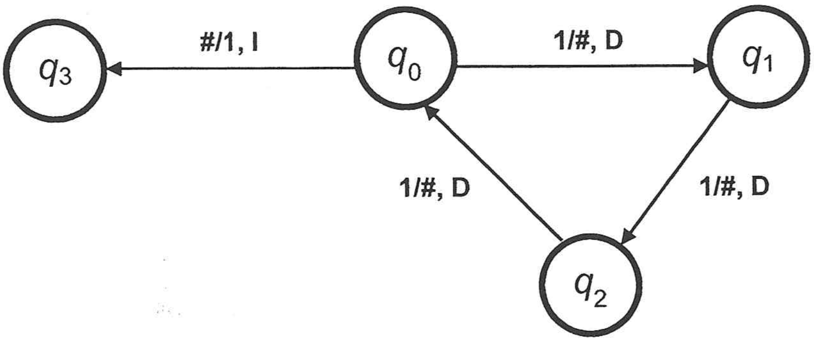
LENGUAJES FORMALES, AUTÓMATAS Y COMPUTABILIDAD

EXAMEN FINAL - JULIO 2016

Apellidos: SOLUCIÓN Nombre:

Ejercicio 4:

Sea la Máquina de Turing M definida según el siguiente grafo:



a) ¿Qué función aritmética sobre el alfabeto { 1 } calcula M? Mostrar las diferentes configuraciones finales a las que accede M cuando la situación inicial de la cinta y la posición de la cabeza de lectura-escritura son las siguientes:

a.1) # 1 # (q_0 sobre el 1) a.2) # 1 1 # (q_0 sobre el primer 1) a.3) # 1 1 1 # (q_0 sobre el primer 1)

b) Escribir (y describir brevemente) el contenido inicial de la cinta de una Máquina de Turing Universal cuando simula a la máquina M y ésta recibe como entrada la palabra unaria del apartado a.3). Utilizar la siguiente codificación binaria:

$$q_0 \equiv 00;\ q_1 \equiv 01;\ q_2 \equiv 10;\ q_3 \equiv 11$$

Desplazamiento a la izquierda I ≡ 1; Desplazamiento a la derecha D ≡ 0

c) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de esa Máquina de Turing Universal tras simular el primer movimiento que realiza la máquina M con la entrada del apartado a.3).

d) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la Máquina de Turing Universal cuando termine de simular a la máquina M con la entrada del apartado a.3).

NOTA: Todos los apartados a), b), c) y d) se responderán en el reverso de esta hoja.

30 minutos

Continuación ejercicio 4.

Apartado a)

$q_0 1 \to q_1 \#$

$q_0 11 \to \cdots \to q_2 \#$

$q_0 111 \to \cdots \to q_3 \# 1$

$\overline{\# w \#} \xrightarrow{M} \overline{\# 1 \#}$ si $w \bmod 3 = 0$

$w \in 1^*$

$\xrightarrow{M} \overline{\#\#\#}$ en cualquier otro caso

$w \bmod 3 = 1$

$w \bmod 3 = 2$

Apartado b)

celda en blanco q_0 1 q_0 1 q_1 #D

...	#	*	1	1	0	ǂ	0	0	1	ǂ	0	0	1	0	1	0	0	ǂ	0	1	1	1	0	0	0	ǂ

1	0	1	0	0	0	0	ǂ	0	0	0	1	1	1	1	ǂ	#	·	·	·							

4 movtos de M ⇒ 4 registros en la cinta de la MTU

REG. inicial : ǂ $\underbrace{00}_{q_0}$ 1 ǂ   1 → 1 que lee inicialmente M

* en la celda que M lee inicialmente

Apartado c) (sólo es necesario escribir lo que haya cambiado en la cinta respecto al apartado b) anterior)

...	#	0	*	1	0	ǂ	0	1	1	ǂ	·	·	·								

Primer movto de M con $\overline{\# 111 \#}$ (q_0) es $f(q_0, 1) = (q_1, \#, D)$ ⇒ desplazar * una celda a la dcha

En el REG. inicial $q_0 \to q_1$ y se sigue leyendo un 1 ⇒ ǂ $\underbrace{01}_{q_1}$ 1 ǂ

En la celda donde estaba inicialmente el * se escribe 0 ⇔ borrado de un 1 por M

Apartado d)

...	#	0	0	*	1	ǂ	B	1	0	ǂ	A	A	B	A	B	A	A	ǂ	-	-.	A's	B's	ǂ	·	· ·

		A's	B's				ǂ	#																	

$\underset{q_0}{\overline{\# 111 \#}} \xrightarrow{M} \underset{q_3}{\overline{\#\#\#\# 1 \#}}$

M se para en q_3 leyendo un # ⇒ en el REG inicial hay ǂ110ǂ El módulo localizador de la MTU busca REG que empiecen por 110. No hay ninguno ⇒ se marcan todos con A's y B's. En el último ciclo el mód. localizador marca el primer símbolo del REG inicial 1 → B y avanza buscando el sigte registro por examinar. No puede